a- Calculer $\lim_{x\to+\infty} \Psi(x)$.

b- Justifier que Ψ est dérivable sur $IR^+\setminus\{2\}$.

c- Montrer que $\Psi'(x) = 0; \forall x \in IR^+\setminus\{2\}$.

d- Calculer enfin $\Psi(x); \forall x \in IR^+\setminus\{2\}$

EXERCICE N° 4 : 6 points 30 '

Soit f la fonction définie sur $[0,\frac{\pi}{2}[$ par $f(x)=\frac{1}{\sqrt{\cos x}}$.

1/**a**) Montrer que $\forall x\in[0,\frac{\pi}{2}[$ $f'(x) = \frac{1}{2}(f(x))^3 \sin(x)$.

b) Montrer que f réalise une bijection de $[0,\frac{\pi}{2}[$ sur $[1 ,+\infty[$.

c) Etudier la dérivabilité de f^{-1} à droite en 1.

d) Montrer que f^{-1} est dérivable en $\sqrt{2}$ et donner $(f^{-1})'(\sqrt{2})$.

2/ Montrer que f^{-1} est dérivable sur $]1 ,+\infty[$ et déduire que $\forall x\in 1 ,+\infty[$

$(f^{-1})' (x)=\frac{2}{x\sqrt{x^4-1}}$.

3/ Soit g la fonction définie sur $[0,+\infty [$ par : $g(x)=f^{-1} (\sqrt{1+\frac{1}{x}})$ si $x\in]0 ,+\infty[$ et $g(0)=\frac{\pi}{2}$.

a) Montre que g est continue sur $[0,+\infty[$

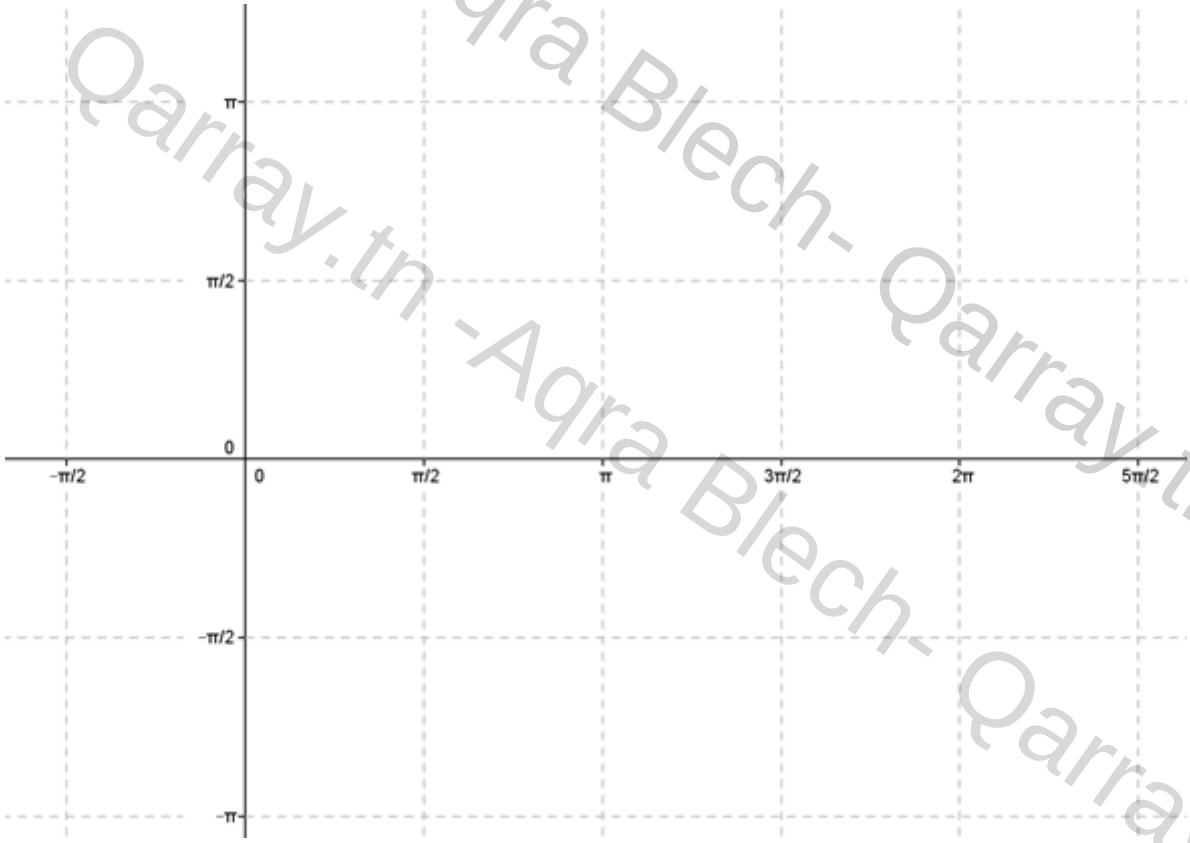
b) Montrer que g est dérivable sur $]0 ,+\infty[$ et que pour tout $x\in]0 ,+\infty[$ $g' (x)=\frac{-1}{(x+1)\sqrt{2x+1}}$

4/**a**) Soit $x \in]0 ,+\infty[$. Montrer que pour tout $t \in]0 ,x [$ $,-1\leq g'(t) \leq g'(x)$.

b) En déduire que $\forall x\in]0 ,+\infty[: -x \leq g(x) - g(0) \leq \frac{-x}{(x+1)\sqrt{2x+1}}$

c) Montrer alors que g est dérivable à droite en 0.

5) Donner une équation de la tangente à Cg au point d'abscisse 0 puis tracer Cg dans le Repère ci-dessous



Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn